

**Marx y la teoría económica moderna:  
Revisión de la Teoría del Valor-Trabajo**

**Enrique A. Bour (FIEL, UBA)**

Este documento ♦ presenta los motivos por los cuales la teoría del valor-trabajo ha sido abandonada para describir una economía capitalista y al mismo tiempo ha habido un renacimiento del interés en los modelos clásicos de producción y crecimiento, especialmente a partir de los '60. Se parte del esquema de producción de Leontief, dentro del cual es formulada la teoría del valor-trabajo. Asimismo, se pasa revista al concepto de explotación, al problema de la transformación de valores en precios y al rol de la demanda.

El documento está principalmente en deuda con K. Lancaster, M. Morishima y también con otros autores mencionados en notas al pie, especialmente P. Samuelson.

*Keywords: Leontief model, Marxian Economics, Labour-Value Theory, Value, Price. (JEL B1, C0).*

Buenos Aires, Julio de 2007

---

♦ Constituye material didáctico para la Maestría en Derecho y Economía de la Facultad de Derecho y Ciencias Sociales.

## 1.- El modelo abierto de Leontief

Como es sabido, Marx edificó su edificio sobre bloques componentes de la teoría clásica de la producción y el costo desarrollada por Francois Quesnay, Adam Smith y David Ricardo entre otros. En este aspecto, la teoría clásica del valor no implica otra cosa que un enfoque similar al seguido por Wassily Leontief en su modelo inter-sectorial de ecuaciones de producción, demanda y precios <sup>1</sup>.

Leontief desarrolló dos modelos: el primero, denominado *cerrado*, se caracteriza porque el conjunto de los insumos productivos es idéntico al de los productos. El modelo *abierto* se trata de un modelo insumo-producto de una economía en su conjunto que consta de un sector productivo de  $n$  productos que también son insumos de cada sector, un insumo adicional que no es producto de ningún proceso productivo y una demanda de productos adicional a la que se hace de ellos como insumos ("demanda final"). Supondremos que el insumo adicional es cierta categoría de trabajo homogéneo. Leontief hizo un tratamiento muy simplificado del consumo, hasta el punto de suponerlo una constante del modelo.

Si nos concentramos en el sector productivo, éste es descrito por una matriz  $n \times n$  no negativa (en la práctica, semipositiva) y que se supondrá indescomponible <sup>2</sup>. Esta matriz será denotada como  $A$ . Prescindiendo del insumo adicional por el momento, denotando como  $x$  al vector de producto físico,  $Ax$  constituirá el vector de necesidades de insumos para producir esos productos dentro del sector productivo. Luego, el vector siguiente

$$x - Ax = (I - A)x$$

es el vector de productos netos, es decir, cantidades disponibles para ser utilizadas fuera del sector productivo.

Un problema fundamental del análisis mediante el modelo abierto es determinar si la economía es capaz de ofrecer una lista arbitraria de productos netos a la demanda final, al menos por encima de un múltiplo escalar. Escribiendo la demanda final como un vector columna  $c$  que es

---

<sup>1</sup> Wassily Leontief, "Interrelations of prices, output, savings and investment", *The Review of Economics and Statistics*, 19-3, 1937; *Studies in the structure of the American economy*, New York, Oxford University Press, 1953. P. Samuelson, M. Morishima, J.H.G. Olivera, K. Lancaster y otros autores también han utilizado este modelo para formalizar la teoría del valor de Marx.

<sup>2</sup> Una matriz cuadrada  $A$  se denomina *descomponible* si se pueden permutar los índices de filas y de columnas de tal manera que se obtenga una matriz del tipo

$$\begin{array}{cc} A_{11} & A_{12} \\ 0 & A_{22} \end{array}$$

siendo  $A_{11}$  y  $A_{22}$  *cuadradas*, pero no necesariamente del mismo orden. A veces el término *reducible* es empleado en lugar de descomponible.

Esta propiedad implica la validez del teorema de Frobenius según el cual esta matriz posee un valor característico  $r$  no negativo que es raíz simple de la ecuación característica de  $A$ , con  $|r_j| \leq r$ . Con  $r$  está asociado un vector estrictamente positivo. También se verifica la propiedad de que para un  $\rho > r$  debe cumplirse que la matriz inversa  $(\rho I - A)^{-1}$  transforma vectores no negativos en vectores no negativos.

esencialmente no negativo, este problema consiste en determinar si existe un  $x$  posible tal que  $(I - A)x = c$ ,  $x \geq 0$  para todo  $c \geq 0$ .

Si  $(I - A)$  es no singular, siempre podemos despejar  $x$  mediante la inversión de la matriz  $(I - A)$ :

$$x = (I - A)^{-1} c,$$

pero ello no garantiza que  $x \geq 0$ . Empero, si se puede demostrar que  $(I - A)^{-1}$  es una matriz positiva,  $(I - A)^{-1}c$  será siempre no negativa cuando lo sea  $c$ , con lo cual el problema quedará resuelto<sup>3</sup>.

Consideremos ahora los efectos de la existencia de un insumo adicional fuera del sector productivo<sup>4</sup>. Si denotamos como  $a_{0j}$  a la cantidad de dicho factor necesaria para producir una unidad de producto de la  $j$ -ésima industria, y como  $a_0$  al vector de las  $a_{0j}$ , el modelo debe satisfacer la restricción adicional

$$a_0 x \leq l_0$$

donde  $l_0$  es la cantidad total (limitada) del insumo primario. Claramente, para cada  $x$  podemos encontrar algún múltiplo escalar que satisfaga esta condición.

La sustancia del problema del modelo abierto radica en determinar si la demanda final puede ser satisfecha *en cualquier proporción*. Si pueden producirse productos netos en todas las proporciones, la escala siempre puede ajustarse de manera que pueda satisfacerse una condición adicional del tipo de la anterior. Será supuesto, en lo que sigue, que la escala es ajustada de manera de cumplir con las condiciones adicionales.

¿Bajo qué condiciones la matriz  $(I - A)^{-1}$  es positiva (circunstancia que resolvería el problema)? Según lo indicado en la nota 2, la condición suficiente es que la raíz dominante  $r$  de  $A$  sea inferior a la unidad. Esto puede ser calculado en forma directa a partir de la matriz de insumo-producto. ¿Qué consideraciones significativas en sentido económico lo garantizan? Hay dos tipos de consideraciones, una basada en cantidades y la otra en precios:

- I. Si con todas las industrias produciendo puede satisfacerse alguna demanda final no nula, entonces pueden satisfacerse las demandas finales en todas las proporciones.
- II. Si existe algún conjunto de precios positivos para los cuales todas las industrias pueden cubrir al menos el costo de sus insumos, y por lo menos una industria puede superarlo, entonces pueden satisfacerse las demandas finales en todas las proporciones.

Un modelo de Leontief que goza de estas propiedades es denominado *productivo*.

En efecto, bajo la hipótesis de I se tiene:

$$(I - A)x \geq 0, \text{ con } > \text{ para algún } i, x >> 0;$$

---

<sup>3</sup> La matriz  $(I - A)^{-1}$  es denominada la *inversa de Leontief*.

<sup>4</sup> Éste constituye un factor *primario* porque no es producido por ninguno de los sectores productivos.

o sea,

$Ax \leq x$ , con  $x > 0$  para algún  $i$ .

Escribiendo los productos en forma de matriz diagonal, tenemos  $x = X[1]$ , donde  $[1]$  es el vector columna unidad. Luego, el anterior sistema de desigualdades puede ser escrito en la forma:

$AX[1] \leq X[1]$ , con  $x > 0$  para algún  $i$ .

La matriz  $X$  es no singular, ya que  $x > 0$ . Luego premultiplicamos por  $X^{-1}$  para obtener:

$X^{-1}AX[1] \leq [1]$ , con  $x > 0$  para algún  $i$ .

Pero  $X^{-1}AX[1]$  es el vector de las sumas de las filas de la matriz  $X^{-1}AX[1]$ , que tiene las mismas raíces que  $A$ . Cada una de estas sumas de filas es menor o igual que la unidad con al menos una de ellas menor en forma estricta. Llamando  $s$  y  $S$  a la menor y a la mayor de las sumas de filas, tenemos que  $s < 1$  y  $S \leq 1$ . Luego  $r < 1$ <sup>5</sup>. De aquí se sigue la conclusión I.

Si se satisface II se tendrá:

$pA \leq p$ , con  $p > 0$  para alguna  $j$ , y el vector de precios  $p > 0$ . La argumentación sigue las mismas líneas que para la condición I.

## 2. Necesidades directas, indirectas y totales de insumos

Al coeficiente  $a_{ij}$  de la matriz  $A$  se lo suele denominar la necesidad *directa* del factor  $i$  en la industria  $j$ . Si esta industria forma parte de un sistema completo, la unidad de producto de esa industria exige entonces la utilización de otros insumos  $k=1,2,\dots,i-1,i+1,\dots,n$  además del insumo  $i$ . Y estas industrias también pueden requerir del insumo  $j$ , por lo cual la industria  $j$  tendrá que producir en cantidad superior a la unidad a fin de proveer a las demás industrias que a su turno le suministran insumos a ella. Las necesidades del insumo  $i$  originadas en esta causa constituyen las *necesidades indirectas del insumo  $i$  por parte de la industria  $j$* .

Las *necesidades totales* de factor  $i$  por unidad de producción de la industria  $j$  son la suma de las necesidades directa y de las indirectas.

Para el cálculo de las necesidades totales seguiremos el siguiente procedimiento. Para un cierto vector de demanda se tiene:

$$x = (I - A)^{-1} c \equiv A^*c$$

denotando como  $A^*$  a la matriz inversa de Leontief. Escogiendo ahora una combinación particular de bienes,  $c'$ , para la cual  $c'_j=1$ ,  $c'_i=0$  ( $i \neq j$ ), la solución de

$$x' = A^*c'$$

---

<sup>5</sup> Es decir, la raíz dominante para una matriz semipositiva indescomponible está acotada por  $s$ , la menor de todas las sumas de elementos de una fila de  $A$ , y por  $S$ , la mayor.

proporciona los niveles de operación de las industrias a fin de producir de producir una única unidad de  $j$ . Este vector  $x'_i$  nos da las necesidades de factor  $i$  en la producción de una unidad (neta) de producto del bien  $j$ .

Como en el producto de  $A^*$  por el vector  $c'$  todas las componentes de  $c'$  son nulas con excepción de la  $c'_j$  solamente la columna  $j$  de  $A^*$  será relevante:  $A^*_j$ . Luego:

$x' = A^*_j$  con lo cual las necesidades de insumos pueden escribirse en los términos siguientes:

- necesidades directas de  $i$  en  $j$ :  $a_{ij}$
- necesidades totales de  $i$  en  $j$ :  $a^*_{ij}$
- necesidades indirectas de  $i$  en  $j$ :  $a^*_{ij} - a_{ij}$

*Teorema: para cualquier industria de un sistema productivo indescomponible, las necesidades totales de cualquier factor siempre superan a las necesidades directas.*

*Dem.* Si  $A$  es productiva e indescomponible ( $r < 1$ ),  $A^* = I + A + A^2 + A^3 + \dots$  y en esta serie  $A^2$  será productiva e indescomponible si lo es  $A$ . Luego, para todo  $(i, j)$  existirá algún  $p$  tal que existirá un elemento positivo en el lugar  $(i, j)$  en  $A^{2p}$ .<sup>6</sup> Que  $A^*$  sea estrictamente positiva no dependerá entonces de  $A$ , a la que se puede eliminar de la serie manteniendo el carácter positivo de ésta. Luego,

$A^* - A = I + A^2 + A^3 + \dots$  será una matriz estrictamente positiva. Luego  $a^*_{ij} > a_{ij}$  para todo  $i, j$ . QED.

Este resultado depende en forma crítica del carácter indescomponible de la matriz.

### Ejemplo

Supondremos que los precios están fijos, y determinaremos los niveles de producción de las industrias necesarios para satisfacer la demanda externa en el ejemplo siguiente, midiendo los niveles de producción en términos de sus valores económicos mediante precios fijos.

Una ciudad tiene tres industrias: una mina de carbón, una central térmica y un ferrocarril. Para extraer \$1 de carbón, la mina debe adquirir \$ 0.25 de electricidad para que funcione su maquinaria y \$ 0.25 de transporte para sus necesidades de abastecimiento. Para producir \$1 de electricidad, la central térmica requiere \$0.65 de carbón como combustible, \$0.05 de su propia electricidad para el equipamiento auxiliar y \$ 0.05 de transporte. Para conseguir \$1 de transporte, el tren precisa \$0.55 de carbón y \$0.10 de electricidad. Una semana, la mina recibe el encargo de \$50000 de carbón para el exterior de la ciudad y la central térmica una demanda de \$25000 de electricidad para el exterior. No hay demanda externa para el ferrocarril. ¿Cuánto debe producir cada industria esa semana para satisfacer su propia demanda y la externa?

Para el período de dicha semana llamaremos  $x_1$  al valor de la producción total de la mina,  $x_2$  al valor de la producción total de la central y  $x_3$  al valor de la producción total del ferrocarril. A partir de los datos anteriores la matriz de insumo-producto resulta la siguiente:

<sup>6</sup> Esto surge de un teorema según el cual para cualquier pareja de índices  $(i, j)$  existen algunas potencias  $p \leq n$  de  $A$  tales que el elemento  $(i, j)$  de  $A^p$  es positivo.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0.65 & 0.55 \\ 0.25 & 0.05 & 0.10 \\ 0.25 & 0.05 & 0 \end{pmatrix}$$

El sistema  $(I - A)x = c$  es entonces

$$\begin{pmatrix} 1.00 & -0.65 & -0.55 \\ -0.25 & 0.95 & -0.10 \\ -0.25 & -0.05 & 1.00 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 50000 \\ 25000 \\ 0 \end{pmatrix}$$

La matriz de coeficientes del sistema es invertible, y la solución viene dada por:

$$x = (I - A)^{-1}c = \begin{pmatrix} 102087 \\ 56163 \\ 28330 \end{pmatrix}$$

### 3. Intensidad de factores en el modelo de Leontief

Si aplicamos al factor adicional (el trabajo) la idea de necesidades directas e indirectas obtendremos un importante corolario. Si  $a_0$  es el vector de coeficientes directos de trabajo, el *coeficiente de trabajo total* se obtiene, como antes, trabajando con el sistema de manera que éste produzca un producto neto formado por una unidad de  $j$  con todos los demás productos netos nulos. Denotando como  $x'$  al vector de productos brutos que corresponde al sistema en estas condiciones de funcionamiento, se obtiene que:

$$x' = A^* a_0$$

y las necesidades totales de trabajo vendrán dadas por  $a_{0j} = a_0 x'_j = a_0 A^* a_0$ . Este último término resulta igual a  $\sum_i a_{0i} a^*_{ij}$ . Consideremos nuevamente el desarrollo en serie:

$$A^* = I + A + A^2 + A^3 + \dots$$

La diagonal de  $A^*$  está formada por unos más la suma de los elementos de las diagonales de  $A^p$  ( $p=1,2,\dots$ ). Estos últimos son no negativos y, de hecho, positivos para algún  $p$ . Luego, los elementos de la diagonal de  $A^*$  son mayores que la unidad.

En el desarrollo de  $a_0 A^* a_0$  uno de los términos es el  $a_0 a^*_{jj}$  y los restantes no son, con certeza, negativos. Luego, como  $a^*_{jj} > 1$ , la suma es mayor que  $a_{0j}$  con tal de que  $a_0$  contenga al menos un elemento no nulo. Por lo tanto se puede afirmar lo siguiente:

*En un sistema indescomponible, las necesidades totales de trabajo exceden a las necesidades directas de éste en todas las industrias, incluso en aquella que fuese la única en utilizarlo directamente. Mientras al menos una industria utilice trabajo directo, todas necesitarán trabajo indirecto, incluso las que no lo requieran directamente.*

Propiedad importante de las  $a_{0j}$  es que son aditivas. O sea que las necesidades de trabajo para un conjunto arbitrario de bienes pueden calcularse multiplicando cada coeficiente de necesidades totales de trabajo por la cantidad del bien correspondiente en el conjunto, y sumar después para todos los bienes. Podemos comparar el contenido de trabajo de dos combinaciones de bienes calculando y comparando las necesidades totales de trabajo de cada una de ellas.

#### 4. Marx: Una teoría del valor trabajo basada en el modelo abierto de Leontief

En el modelo abierto hay dos tipos de insumos: los que también son productos del sector industrial (*bienes intermedios*) y los que no son producidos dentro del sistema (*insumos primarios*). Como los demás modelos económicos (p.ej. de Ricardo y Marx) que contienen al trabajo como único insumo primario, el modelo de Leontief contiene implícita una teoría del valor trabajo.

*El modelo abierto de Leontief contiene implícita una teoría del valor trabajo, por cuanto un conjunto de precios proporcional a los coeficientes de necesidades totales de trabajo constituye un conjunto de precios de equilibrio para todas las demandas finales.*

En este contexto, *conjunto de precios de equilibrio* será entendido como un conjunto tal que, si el salario permite al trabajo adquirir exactamente el producto neto de la economía, los beneficios resultarán nulos en todas las industrias.

Marx proporcionó en el volumen I de *Capital* dos definiciones de valor que están vinculadas con esta aseveración. Por un lado, afirmó que (i) “Todo esto nos muestra, habiéndose invertido fuerza de trabajo en la producción de los bienes, que el trabajo humano está incorporado en ellos. Cuando son contemplados como cristales de esta sustancia social, común a todos ellos, no son más que – Valores”.

Por otra parte, en la que parece una idéntica definición, afirmó que (ii) “ahora vemos que lo que determina el valor de cualquier artículo es la cantidad de trabajo socialmente necesaria, ó el tiempo de trabajo socialmente necesario para producirlo.”

Estas dos definiciones son duales, aunque Marx las consideró como sinónimas. Son, empero, distintas visiones del valor, y su equivalencia requiere una demostración.

*Dem.* Sea  $p$  un vector de precios proporcional al vector de requerimientos totales de trabajo (ó valores en la terminología clásica). Luego  $p=ka_0$  para una constante  $k$  arbitraria. Sea un vector de demanda final arbitrario  $c$ , por consiguiente el valor de la demanda final resultará igual a  $pc$ . Si  $L$  es la cantidad total de trabajo empleado en producir este conjunto de bienes,  $L=a_0c$ . Pero si el salario  $w$  es tal que los trabajadores pueden comprar exactamente ese conjunto de bienes, debe verificarse que  $wL=wa_0c=pc=ka_0c$  y por consiguiente  $w=k$ .

El beneficio unitario de la industria  $j$ ,  $\pi_j$  vendrá dado por

$$\pi_j = p_j - \sum_i p_i a_{ij} - wa_{0j}.$$

Por consiguiente, el vector de beneficios de todas las industrias  $\pi$  es:

$$\pi = p(I - A) - ka_0.$$

Pero  $p=ka_0=ka_0A^*=ka_0(I - A)^{-1}$  de modo que

$$\pi = ka_0(I - A)^{-1}(I - A) - ka_0 = 0.$$

Luego el beneficio es nulo en todas las industrias, en forma independiente de  $c$ , que desapareció al principio del análisis, con lo que queda demostrado el enunciado.

## Ejemplo

Considérese la siguiente matriz de insumo-producto A:

$$\begin{array}{cc} 0 & 2 \\ 1/3 & 0 \end{array}$$

La inversa de Leontief ( $A^*$ ) puede hallarse mediante un simple cálculo:

$$\begin{array}{cc} 3 & 6 \\ 1 & 3 \end{array}$$

Añadimos ahora un vector de coeficientes directos de trabajo  $a_0=(1,2)$ .

El cálculo proporciona el resultado de  $a_0A^*$ :

$$\begin{array}{cc} [1 & 2] & \begin{array}{cc} 3 & 6 \\ 1 & 3 \end{array} & = [5 & 12] \end{array}$$

A estos precios 5, 12, el valor neto del producto de una combinación arbitraria de bienes ( $c_1, c_2$ ) es  $5c_1+12c_2$  que es igual al costo salarial con salario igual a la unidad. Los beneficios resultan nulos en ambas industrias.

## 5. Supuestos explícitos e implícitos

La teoría marxista del valor <sup>7</sup> ha sido vinculada así con el modelo de insumo-producto de Leontief, que algunos economistas ya veían prefigurado en el *tableau économique* de Francois Quesnay. Dicha teoría descansa sobre ciertos supuestos que ahora sacaremos a la luz:

- (a) cada industria tiene disponible un método de producción (y sólo uno), de tal modo que no existe un problema de optimización a nivel del empresario en términos de “elección de técnicas”;
- (b) cada industria produce sólo un tipo de producto, sin producción múltiple, de tal modo que no existen problemas de “producción conjunta”;
- (c) no existen otros insumos primarios que no sean el trabajo; el trabajo es medido en términos de trabajo abstracto ó sin calificar, de tal modo que no se presentan problemas de “trabajos concretos heterogéneos”;
- (d) todos los bienes tienen un período de producción de igual longitud, que se toma como la unidad temporal;
- (e) todos los procesos productivos son de tipo punto-insumo-punto-producto; los insumos se aplican al principio del período de producción y los productos son obtenidos a fin del período, de tal modo que el trabajo es utilizado sólo una vez en cada período productivo.

---

<sup>7</sup> Durante su vida Marx sólo dio forma definitiva al Libro I de *Das Kapital (Kritik der politischen Oekonomie – Erster Band – Buch I: Der Produktionsprozess des Kapitals)*. Los libros II, III y IV fueron esbozados, publicados sólo después de su muerte.

Este último supuesto implica que el capitalista debe disponer al principio del período de un fondo de salarios igual a la nómina salarial.

Adicionalmente, Marx dijo: “Las fuerzas productivas resultantes de la cooperación y de la división del trabajo nada cuestan al capital. Son las fuerzas naturales del trabajo social. Las fuerzas físicas apropiadas a la producción, como el agua, el vapor, etc., tampoco cuestan nada. Pero así como el hombre necesita pulmones para respirar, también necesita órganos contruídos por su industria para consumir productivamente las fuerzas físicas. Se requiere de una rueda hidráulica para explotar la fuerza motriz del agua, de una máquina a vapor para explotar la elasticidad del vapor. Y otro tanto sucede con la ciencia. Las leyes de desvío de la aguja imantada dentro del círculo de acción de una corriente eléctrica, y de producción de magnetismo en el hierro alrededor del cual circula una corriente eléctrica, no cuestan un centavo.” Y agrega en nota: “La ciencia no le cuesta en general absolutamente nada al capitalista, lo que no le impide explotarla. La ciencia de otro individuo es incorporada al capital de la misma manera que el trabajo de otro individuo.” (trad. al francés de Joseph Roy, revisada por M. Rubel, Gallimard, 1965).

Es tradición a partir del siglo XX interpretar el modelo económico de Marx sobre la base del modelo de insumo-producto de Leontief. Como hemos visto, con ayuda del aparato formal de este modelo, los valores pierden mucho de su contenido *metafísico* al ser escritos como simples magnitudes que deben satisfacer ciertas relaciones de dualidad entre los productos físicos y los precios competitivos. Pero para que los valores tengan sentido económico (es decir, que no sean negativos), ciertos supuestos sobre la productividad del sistema económico deben cumplirse, a saber que el sistema productivo haya alcanzado un suficiente grado de desarrollo como para garantizar la “productividad” de la economía (condición I, punto 1.).

## 6. La teoría de Marx y la demanda

Es obvio que la teoría del valor no puede explicar la demanda de los consumidores y que no hay posibilidad de elaborar una teoría general del equilibrio económico sin tener en cuenta a los consumidores. Es ésta una crítica frecuente al enfoque de Marx. Aunque Marx tenía conocimientos del cálculo diferencial e integral, es imposible hallar una pizca de marginalismo en el *Capital*.

No es imposible completar el enfoque marxista introduciendo la hipótesis de la maximización de la utilidad por los trabajadores. Autores como M. Morishima <sup>8</sup> concluyen que “si Marx hubiera tenido una chance de leer los *Éléments d'économie politique pure* de Walras (1874), habría integrado a la teoría de la demanda en su modelo”, con lo cual “la mayor parte de la economía de Marx no es incompatible con la teoría de la demanda actual” (p. 42).

Sin embargo, este resultado depende en forma crítica de un teorema conocido en la literatura económica como *teorema de no sustitución* formulado en 1949 por P. Samuelson y también, en forma independiente, por Nicholas Georgescu-Roegen <sup>9</sup>. El teorema expone las condiciones de

---

<sup>8</sup> M. Morishima, *Marx's Economics*, Cambridge, 1973.

<sup>9</sup> P. Samuelson, “Abstract of a theorem concerning substitutability in open Leontief models”, in T. C. Koopmans (ed.), *Activity Analysis*, Cowles Commission for Research in Economics, 1951; P. Samuelson, “A new theorem on non-substitution”, in *Money, Growth and Methodology*, Lund, 1961; N. Georgescu-Roegen, “Some properties of a generalized Leontief model”, in T. C. Koopmans (ed.), ob. cit. V. también

validez del supuesto de Leontief acerca de la constancia de los coeficientes técnicos. En un mundo con un único factor primario (trabajo) y sin producción conjunta, el teorema afirma que sean cuales fueren las posibilidades de sustitución entre los factores productivos, los cambios de la demanda no traerán aparejados cambios de los coeficientes técnicos en tanto prevalezca la eficiencia en el uso del único factor primario y el salario (o la tasa de beneficios) estén dados, es decir que una vez decidida la combinación de factores productivos ésta permanecerá sin cambios; la interpretación dual afirma que “bajo ciertas condiciones específicas una economía tendrá una estructura de precios particular válida para cada valor admisible de la tasa de beneficios, sin tener en cuenta el patrón de la demanda final”<sup>10</sup>. En consecuencia, con arreglo a la demostración de Samuelson, el supuesto de constancia de los coeficientes técnicos supone condiciones restrictivas: el modelo simple de Leontief (sin sustitución entre factores) es solamente un caso particular, identificado por Samuelson como el “modelo clásico”. La teoría walrasiana del equilibrio económico general, en contrapartida, tiene su contraparte en el caso con sustitución.

Samuelson se preguntó: “Ricardo y Smith hubieran admitido que los precios relativos de los productos conjuntos – del venado y de las pieles, por ejemplo – deberían ser determinados por una teoría de la demanda y no sólo por consideraciones de costos laborales y de tierra. Uno se pregunta por qué no se preocuparon por este carácter conjunto, que todos los estudiantes del equilibrio walrasiano saben que constituye una parte intrínseca de las relaciones reales entre los precios de diversos bienes y factores.”<sup>11</sup>

## 7. La teoría de la explotación

En una economía capitalista en que los trabajadores no tienen la propiedad de los medios de producción y por consiguiente no pueden producir los bienes por sí mismos, están obligados a vender su fuerza de trabajo a los capitalistas. Al estar en una posición más débil con respecto a la determinación del salario, pueden ser explotados con facilidad por los capitalistas. Marx consideró que la explotación<sup>12</sup> era necesaria para que la sociedad capitalista se mantuviera. Los capitalistas explotan a los trabajadores haciéndolos trabajar por más tiempo que el requerido para producir los bienes salariales que pueden comprar con sus salarios; así se genera la plusvalía, fuente de los beneficios. Ahora analizaremos este aspecto de la explotación y sus implicancias para una economía capitalista.

La plusvalía pertenece a un sistema de contabilidad de valores, mientras que la tasa de beneficios pertenece a un sistema de contabilidad de precios. El propósito es ver qué relación existe entre ambos sistemas.

---

Kenneth J. Arrow, “Alternative Proof of the Substitution Theorem for Leontief Models in the General Case”, *Activity Analysis of Production and Allocation* (T.C. Koopmans, ed.), 1951.

<sup>10</sup> N. Salvadori, “Non-substitutions theorems”, *The New Palgrave, A Dictionary of economics*, 1987.

<sup>11</sup> P. Samuelson, “A modern treatment of the Ricardian economy: I. The pricing of goods and of labor and land services”, *The Quarterly Journal of Economics*, 73-1, 1959.

<sup>12</sup> *Explotación* es, en el lenguaje de Marx, la diferencia entre la cantidad de tiempo (en horas por día) que puede trabajar un trabajador vendiendo su fuerza de trabajo a un capitalista que posee los medios de producción, y la cantidad de tiempo incorporada directa e indirectamente en sus medios de subsistencia.

Sea  $\omega=1/T$  la inversa de la duración de la jornada laboral, que puede ser considerada como un índice del salario real de los trabajadores. Denotando como  $B$  al conjunto de bienes que representa la canasta de subsistencia de los trabajadores, el supuesto de que el salario  $w$  está fijado a un nivel que permite a los trabajadores adquirir la canasta de subsistencia diaria implica que:

$$w = p\omega B.$$

Como los precios de equilibrio de largo plazo se caracterizan por la igualación de la *tasa de beneficio*  $\pi$ , podemos escribir

$$p = (1+\pi) (pA+wL)$$

donde  $L$  es el vector de requerimientos directos de trabajo en cada industria. En efecto, Marx escribió que “bajo la producción capitalista, los elementos de capital productivo son adquiridos como regla general en los mercados, y... por lo tanto, sus precios incluyen el beneficio que ya fue realizado, y por consiguiente el precio de producción de la rama respectiva de la industria conjuntamente con el beneficio ganado, de tal manera que el beneficio de una rama de la industria termina como el precio de costo de otra” (vol. III). Obsérvese que la igualación de la tasa de beneficio entre las industrias asume un argumento de arbitraje perfecto.

Si  $\pi$  está dado, esta ecuación determina el vector de precios en términos de trabajo ( $p/w$ ). A partir de este punto, la ecuación anterior puede ser utilizada para determinar el salario real  $\omega$ . Inversamente, si  $\omega$  está dado, el sistema completo de ecuaciones determina a los precios y la tasa de beneficio. Un aumento de  $\pi$  da lugar a un incremento de ( $p/w$ ) y a una disminución de  $\omega$ . Esta propiedad de estática-comparativa da lugar a una curva *decreciente*,  $\omega=f(\pi)$  ó  $\pi=g(\omega)$ , denominada *frontera de precios de los factores* que además tiene las siguientes propiedades: (i) Con una tasa de beneficios igual a cero, los precios en términos de trabajo son iguales a los valores respectivos, y el salario real alcanza su máximo en cuyo caso todo el producto neto es pagado a los trabajadores. (ii) Cuando el salario real tiende a cero, la tasa de beneficio alcanza un valor positivo  $\pi$  que satisface:

$$p/w = (1 + \pi) (p/w) A$$

con un vector  $p/w$  con componentes todas positivas.

Definimos ahora a la *tasa de explotación*  $e$  como el cociente entre el trabajo *no pagado* y el trabajo *pagado*. Denotando como  $\Lambda$  al vector de valores (trabajo socialmente necesario para producir cada uno de los productos) luego  $\omega\Lambda B$  será igual a la cantidad de horas de trabajo pagadas y  $1 - \omega\Lambda B$  a la cantidad de horas no pagadas. Luego

$$e = \frac{1 - \omega\Lambda B}{\omega\Lambda B}$$

El resultado principal es que *la tasa de beneficio es siempre inferior a la tasa de explotación* ( $\pi < e$ ). Este teorema fue demostrado por Nobuo Okishio y posteriormente denominado el Teorema Fundamental del Marxismo por M. Morishima. Implica un recorrido inverso al del mismo Marx, que comenzando con los valores desembocó en los precios y la tasa de beneficios. Este resultado puede ser considerado como el corazón de toda su teoría, ya que

implica que la explotación es necesaria para la supervivencia de una sociedad capitalista, que no podría sobrevivir si la tasa de beneficios no fuera positiva <sup>13</sup>.

El punto de vista fundamental de la teoría de la explotación subyace en comparar los bienes de subsistencia necesarios para producir (y reproducir) al trabajo, con aquellos que la teoría calcula como producidos para todas las clases teniendo en cuenta sus contenidos incorporados de trabajo. El lenguaje emotivo utilizado debió ser un factor determinante en convertir a los lectores a la versión marxista del mundo. Y al decir de P. Samuelson, estos comentarios no deberían reducir la estima que Marx representa para todos aquellos que creen que un salario de subsistencia facilita un punto de vista útil para comprender las “leyes dinámicas de movimiento del capitalismo”. Pero claro, “los instrumentos del análisis burgués también podrían haber sido usados para descubrir y exponer esta noción de explotación si estos economistas hubieran estado motivados a usar estas técnicas con tal propósito.” <sup>14</sup>

## 8. El problema de la transformación

La economía de Marx a diferencia de la economía tradicional desarrolló *dos* sistemas de contabilidad: uno en términos de precios y otro en términos de valores. Sin explotación, ambos serían idénticos. Los marxistas tienen que entrar en una larga discusión – el *problema de la transformación* – para analizar la conversión de los valores en precios de producción. Hay quienes (como Böhm-Bawerk y Samuelson <sup>15</sup>) llegan a la conclusión de que Marx se equivocó en este punto.

Böhm-Bawerk, por ejemplo, argumentó que “en la vida normal, el beneficio del capital se determina en proporción al capital invertido total (y no, como en el análisis de la teoría valor-trabajo, en proporción solamente a la parte “variable” que son los salarios pagados a los trabajadores). Por este motivo, los bienes no se intercambian en proporción a la cantidad de trabajo incorporada en ellos. Aquí Marx vislumbró una contradicción entre el Sistema y los hechos que escasamente podía admitir una explicación satisfactoria.” (Böhm-Bawerk, *ob. cit.*, Introducción). Continuó diciendo: “Esta ley [a saber, que la plusvalía está sólo en proporción al capital variable] contradice claramente toda la experiencia *prima facie*. Pero al mismo tiempo declara que la contradicción es sólo aparente y que su solución requiere de varios vínculos intermedios que serán pospuestos hasta volúmenes futuros de su obra. Los críticos expertos pensaron que se podía profetizar con certeza que Marx nunca cumpliría con su promesa, porque la contradicción era insoluble. Su razonamiento, empero, no afectó a la masa de seguidores de Marx. Su simple promesa compensó todas las refutaciones lógicas.”

---

<sup>13</sup> M. Morishima and F. Seton, “Aggregation in Leontief Matrices and the Labour Theory of Value”, *Econometrica*, 1961; N. Okishio, “A Mathematical Note on Marxian Theorems”, *Weltwirtschaftliches Archiv*, 1963. Dado que esta demostración involucra elementos algo avanzados, no será expuesta en este documento.

<sup>14</sup> P. Samuelson, “Understanding the Marxian Notion of Exploitation: A Summary of the So-Called Transformation Problem Between Marxian Values and Competitive Prices”, *The Collected Scientific Papers of Paul A. Samuelson* (ed. Robert C. Merton), The MIT Press, Vol. III, 1972, p. 299.

<sup>15</sup> Böhm-Bawerk aseveraba que “los dos pilares del sistema de Marx son su concepto del valor y su ley del valor”. (*Karl Marx and the Close of His System*, ch. 1, 1898, trad. A. Macdonald). Samuelson muestra que el “problema de la transformación” de valores a precios competitivos puede ser reducido lógicamente a la forma: “Cualquier cosa” es igual a “cualquiera otra cosa” multiplicada por “cualquier cosa/cualquiera otra cosa”. *Proc. Natl. Acad. Sci.*, Vol. 67, N° 1, September 1970.

Añadió: “El tercer volumen de Marx contradice al primero. La teoría de la tasa media de beneficio y de los precios de producción no puede ser reconciliada con la teoría del valor... Ésta es la impresión que debe recibir todo pensador lógico... Loria, con su estilo pintoresco y vivaz, afirma que se siente obligado “a emitir el severo pero justo juicio” de que Marx “en lugar de una solución presentó un engaño.” Ve que la publicación del tercer volumen “es la campaña rusa” del sistema marxista, “su bancarrota teórica completa”, un “suicidio científico”, la más “completa abdicación de sus propias enseñanzas” (*l’abdicazione piu esplicita alla dottrina stessa*), y la “adhesión plena y completa a la doctrina más ortodoxa de los odiados economistas.” (Böhm-Bawerk, *ob. cit.*, Cap. III).

Samuelson puntualiza que “en un sistema económico en el que todos los bienes son producidos en definitiva por medio de trabajo, es decir por trabajo directo y uno o más bienes del sistema (incluyendo el propio bien), si la tasa de beneficios o de interés fuera cero, los precios de equilibrio competitivo serían exactamente *iguales* a las necesidades *totales* de trabajo incorporadas en cada bien. Esto está de acuerdo con la postura de economistas burgueses como Adam Smith, David Ricardo, Leon Walras, y Wassily Leontief.”

Samuelson discute brevemente el modelo canónico de transformación introducido en 1907 por Bortkiewicz <sup>16</sup> en el caso de una industria reducible a 3 sectores, para concluir que la “transformación” de valores en precios puede ser lógicamente descrita por medio del siguiente procedimiento: “(1) Escribir las ecuaciones del valor; (2) Borrarlas del pizarrón; (3) escribir finalmente las ecuaciones de precio – completando de esta manera el proceso de transformación.” (P. Samuelson, *Proc. Natl. Acad. Sci, Sept. 1970*, Vol. 67, N° 1, p.425).

En el artículo de 1972, P. Samuelson agregó una observación importante: trayendo a colación un comentario de M. Dobb en el sentido de que la transformación de valores a precios no implicaría una reasignación sustancial de recursos (idea que abandonó posteriormente), Samuelson indica que “todos los economistas clásicos, en particular cuando discutían los nuevos inventos, eran conscientes de que los anteproyectos de la vida contienen más que una sola página. Si los coeficientes de las matrices de Leontief dejan de ser constantes unívocamente determinadas y deben ser elegidas de entre dos o más opciones en términos de minimización de costos... [ésta] puede involucrar *switchings* (y *reswitchings*) [de técnicas]. Tales sustituciones no pueden tener lugar si la minimización de costos tiene lugar en términos de valores... Éste es un claro defecto del esquema de valores del Volumen I, por cuanto requiere que las sociedades más ricas y las más pobres utilicen los mismos métodos de producción.” (p. 306).

En 1865, cuando Marx estaba en la cúspide de su desarrollo intelectual y quiso resumir el mensaje de su obra mayor para trabajadores, introdujo en el panfleto *Valor, Precio y Beneficio* el supuesto simplificador de que los precios son proporcionales a los valores, “aparte del efecto de los monopolios y algunas otras modificaciones que ahora pasaré por alto” <sup>17</sup> .

La introducción explícita del tiempo dentro del proceso productivo implica problemas adicionales para la teoría del valor trabajo, pues “... con una tasa de interés o de beneficio positiva, el

---

<sup>16</sup> L. von Bortkiewicz, “On the Correction of Marx’s Fundamental Theoretical Construction in the Third Volume of *Capital*”, *Jahr. Nationalökonomie Statistik*, 1907, 34(3), pp. 370-85.

<sup>17</sup> Citado por P. Samuelson, “Marxian Economics as Economics”, *The Collected Scientific Papers of Paul A. Samuelson* (ed. Robert C. Merton), The MIT Press, Vol. III, 1972, p. 272.

trabajo *no* recibirá un salario real suficiente como para comprar todos los bienes de consumo producidos por el trabajo... Los economistas burgueses, y Marx en el Volumen III póstumo, demuestran que con una tasa de interés positiva los precios ya no serán proporcionales a sus contenidos totales de trabajo respectivos. Luego, si el mismo trabajo histórico total, por ejemplo 1 unidad, es necesario para un litro de jugo de frutas o un litro de vino, pero para el vino el trabajo es requerido 2 unidades de tiempo antes que la unidad de tiempo del jugo de frutas, la relación del precio del vino con el precio del jugo de frutas no será  $P_2/P_1=1/1$ , sino que variará con la tasa de beneficios por período, resultando en  $P_2/P_1 = 1 (1+r)^2/1 (1+r) = 1+r...$  Luego, el jugo de frutas y el vino tienen idénticos “valores” porque ambos requieren insumos laborales iguales a la unidad; pero sus “precios” burgueses difieren de los valores marxistas a raíz de que los primeros calculan las necesidades de trabajo *fechadas* en el momento en que se producen y luego capitalizadas a la vil tasa de interés compuesto.”<sup>18</sup>

Otros autores, por el contrario, extraen conclusiones más favorables (Morishima) aunque encuadran el problema más precisamente como un puente entre la teoría micro de Marx y la teoría macro de determinación del producto. Dentro de este enfoque, los valores cumplirían el rol de *agregadores* de industrias. Cuando el sistema satisface las condiciones de agregación, podemos agregar a varias industrias en dos departamentos que producen bienes de consumo y bienes de capital. Así queda delineada una macro-teoría de los estados estacionarios que puede ser generalizada a una teoría de la *reproducción ampliada* (que es la teoría del crecimiento de Marx). Algunos autores han puntualizado las condiciones que deben ser satisfechas para que este modelo genere una trayectoria dinámica *inestable*, divergiendo de la trayectoria de crecimiento en equilibrio balanceada. Una trayectoria de esta naturaleza puede dar lugar con facilidad a un excedente de población relativa y a la ruptura del modo de producción capitalista (aunque otras posibilidades están también presentes). Esta posibilidad nunca había sido contemplada por los economistas clásicos.

## 9. Impacto de la “Controversia de Cambridge”

En los años '60 del siglo pasado tuvo lugar un debate teórico muy importante en torno a la posibilidad cierta de agregar los bienes de capital en una magnitud tal que la “función de producción sucedánea” de Samuelson<sup>19</sup> tuviera sentido económico. El debate demostró que semejante construcción no existe como caso general, utilizando el análisis lineal de actividades con un número finito de técnicas productivas en cada industria, trabajo homogéneo y bienes de capital heterogéneos, además de los supuestos standard de rendimientos constantes a escala y competencia perfecta. Por la enumeración de supuestos de la teoría de Marx que hemos adoptado (punto 5) ésta no resulta una controversia directamente relevante al tema de este documento. El resultado principal se obtenía a partir del hecho de que una frontera  $\omega=f(\pi)$  lineal permite derivar una función de producción agregada sucedánea, y éste será el caso en que toda la estructura industrial pueda ser reducida a una única industria. Pero si la frontera  $\omega=f(\pi)$  no es lineal, aparecerán fenómenos como el de *reswitching de técnicas* que implican que *no existe una relación inversa monótona entre la tasa de interés (o de beneficio) y el valor de la inversión* que fue aceptada por todos los economistas neoclásicos, en particular dentro del modelo de Fisher-Hirshleifer.

---

<sup>18</sup> P. Samuelson and C.C. von Weizsäcker, “A New Labor Theory of Value for Rational Planning Through Use of the Bourgeois Profit Rate”, *Proc. Nat. Acad. Sci. USA*, Vol. 68, N° 6, June 1971.

<sup>19</sup> P. Samuelson, “Parable and Realism in Capital Theory: the Surrogate Production Function”, *Review of Economic Studies*, 29, 1962.

Bertram Schefold<sup>20</sup> comenta al respecto que la derivación rigurosa de funciones de producción agregadas también debe ser descartada en términos empíricos, pero que las paradojas no se presentan en forma tan frecuente como lo han pensado sus críticos. Concluye con una posición esencialmente agnóstica dado que el tema se presenta, para sistemas amplios de insumo-producto, como “sorprendentemente dificultoso desde el punto de vista matemático”. En el curso de una investigación conjunta con Zonghie Han<sup>21</sup> el modelo de precios de Sraffa y los modelos duales de precio y cantidad de von Neumann fueron analizados; se mostró que resultó fácil construir ejemplos *teóricos* que contradijeran la hipótesis neoclásica fundamental de una función de demanda de capital inversa. La novedad fue que por primera vez se presentaron ejemplos *empíricos*. Para ello, treinta y dos tablas de input-output de la base de datos de la OECD fueron utilizadas. La envoltente resultante implicó *reswitching*. La sustitución en reverso de trabajo ó intensificación en reverso del capital fue observada en sólo el 3.65% de los casos implicando al menos dos *switchpoints*.

## 10. Un cambio de actitud hacia la teoría del valor

En este documento no hemos entrado a analizar la organización de una economía socialista que, en cierta manera, surgió como tema predilecto de la discusión económica a partir de la obra de Marx. Economistas de uno y otro signo contribuyeron a esa discusión (recordemos los nombres de Enrico Barone<sup>22</sup>, Ludwig von Mises<sup>23</sup> y Friedrich Hayek<sup>24</sup>, por un lado, y los de Oscar Lange<sup>25</sup> y F. M. Taylor<sup>26</sup> por el otro). Hayek hizo énfasis, por ejemplo, en los problemas de coordinación de una economía socialista. Esta literatura se amplió en forma considerable en tiempos más recientes<sup>27</sup> con la incorporación de modelos de programación a escala nacional más sofisticados. Pero es justo reconocer que en ninguno de estos modelos la teoría del valor-trabajo desempeña algún rol identificable. En todos los modelos guiados por precios, éstos proporcionan la información necesaria para que tenga lugar la coordinación de recursos, si bien no en forma inmediata, al menos de modo multietápico. Y los modelos que no tienen como guía a los precios (llamados por Heal modelos *revisados* de socialismo de mercado) los utilizan como cotizaciones marginales por los agentes intervinientes en modelos de subasta.

---

<sup>20</sup> B. Schefold, “Approximate Surrogate Production Functions: Do They Exist, for Large Systems? (Families of Strongly Curved and of Nearly Linear Wage Curves)”, 16<sup>th</sup> Conference of the International Input-Output Association (IIOA), July, 2007.

<sup>21</sup> Z. Han and Bertram Schefold, “An Empirical Investigation of Paradoxes: Reswitching and Reverse Capital Deepening in Capital Theory”, *Cambridge J. of Economics*, vol. 30, N. 5, 2006.

<sup>22</sup> E. Barone, “The Ministry of Production in the Collectivist State”, *Giornale degli Economisti*, 1908.

<sup>23</sup> L. von Mises, “Economic Calculation in the Socialist Commonwealth”, in F. von Hayek (ed.), *Collectivist Economic Planning*, Routledge & Kegan Paul, 1935.

<sup>24</sup> Hayek fue pionero en subrayar las dificultades de información que enfrentaría un estado socialista. Véase “The Present State of the Debate”, en Hayek (ed.), *ob. cit.*

<sup>25</sup> O. Lange, “On the Economic Theory of Socialism”, *Rev. of Ec. Studies*, vol. IV, Nos. 1-2, 1936-37.

<sup>26</sup> F.M. Taylor, “The Guidance of Production in a Socialist State”, *American Economic Review*, vol. 19, N° 1, 1929.

<sup>27</sup> Ver por ejemplo G. M. Heal, *The Theory of Economic Planning*, 1973, North-Holland Publishing Company.

Cabe mencionar que desde el año 2000 han comenzado a aparecer en América Latina “nuevos” paradigmas marxistas, que se diferencian del anterior por su carácter pragmático y ateuico, acaso debido al renacimiento producido desde 1944 en la economía neoclásica y a su acento en los derechos del consumidor final, visto por muchos como un proceso de quitar poder al productor primario que termina obteniendo centavos por el valor “real” de su producción. Estos paradigmas reconocen el fracaso de las “economías planificadas” e insisten en la justicia como una medida económica válida, expresada mediante índices de desigualdad. En años recientes, su énfasis se ha desplazado a la creciente inseguridad económica en países desarrollados y en desarrollo que carecen de mecanismos de planificación sectorial para resolver problemas de atención a la salud, por ejemplo. Pero a la hora de “planificar”, estos nuevos paradigmas neo-marxistas son incapaces de ofrecer una alternativa teórica válida a los mecanismos enunciados en el párrafo precedente.

Gran parte del desconocimiento por la teoría económica moderna de los valores de Marx surge porque se presentan problemas insolubles a la hora de validar la teoría sobre la que descansa parte del andamiaje de Marx, por cuanto la heterogeneidad del trabajo, la producción conjunta y la elección de técnicas implican *abandonar la teoría del valor-trabajo en una economía capitalista*. La primera involucra reconocer la crítica de Böhm-Bawerk a la teoría original de Marx, ya que, si la heterogeneidad del trabajo es introducida, la teoría entra en contradicción con la ley marxista de igualación de la tasa de explotación en toda la sociedad, a menos que reduzcamos los distintos tipos de trabajo a una suerte de trabajo homogéneo en proporción a sus salarios.

La producción conjunta y la existencia de técnicas alternativas de producción, por su parte, destruyen los fundamentos de la teoría en términos de ecuaciones simultáneas tales como fueron desarrollados por Marx pero deben ser introducidas para describir el funcionamiento de una economía. Samuelson y otros han demostrado que el sistema de ecuaciones de insumo-producto estático puede dar lugar a niveles de producto ó precios negativos bajo condiciones de producción conjunta<sup>28</sup>. La presencia de técnicas alternativas de producción, por su parte, da lugar a la violación de la unicidad del sistema de valores porque cuando hay procesos alternativos es posible que los mismos tipos de bienes sean producidos simultáneamente por diferentes procesos y que tengan por lo tanto valores distintos. Los valores pueden cambiar en forma inestable, por consiguiente es desaconsejable su uso como ponderaciones de agregación.

La concentración excluyente de Marx en los aspectos productivos también fue en desmedro de una consideración balanceada de las fuerzas de la demanda, aspecto en el cual pondrían énfasis los economistas posteriores.

¿Qué nos queda del aporte de Marx en materia de la teoría del valor, en términos de la teoría económica moderna? Antes de apreciarlo, es menester tener en cuenta una definición complementaria de Marx aplicable al caso de bienes que no deparan utilidad: “Nada puede tener valor sin ser un objeto de utilidad. Si una cosa es inútil, también lo es el trabajo contenido en ella; el trabajo no cuenta como trabajo, luego no crea valor.” (*Capital*, I). Ésta es una definición anticipada del moderno teorema de holgura complementaria de la optimización.

---

<sup>28</sup> Ver por ejemplo T. C. Koopmans, *Maximization and Substitution in Linear Models of Production*, Input-Output Relations, ed. por The Netherlands Economic Institute (1953). Estas observaciones son también formuladas por Morishima.

Segundo, y en conexión con la observación precedente, una teoría del valor trabajo óptimo, a diferencia de la teoría del valor trabajo a secas, permitiría calcular los métodos de producción que minimizan el trabajo total requerido para producir cualquier vector de demandas finales. Los valores constituirían por consiguiente precios sombra del problema sin ofrecer ambigüedad alguna (Morishima, ch. 14) y podrían ser adoptados como una norma de referencia. El “problema de la transformación” mediría entonces la distancia por la cual las técnicas de producción elegidas en un régimen capitalista se desvían de las técnicas correspondientes al estado óptimo que utilizaría el trabajo a su máxima productividad.

Finalmente, la controversia de Cambridge ha tenido profundas ramificaciones en la teoría de la producción. Gran parte del esquema formal de esta discusión – que aún no ha concluido – descansa en modelos lineales de producción del mismo tipo que los usados por Marx y Sraffa, por lo cual “los economistas que aún continúan utilizando funciones de producción agregadas neo-clásicas, pese a que su inexistencia general ha sido demostrada, deberían admitir por un principio de equidad que la agregación en términos de valores de sus oponentes, aunque sea aproximada si bien no única, constituye más bien un procedimiento práctico que un método científico riguroso. También deberían admitir que la sustitución de dos o más departamentos puede ser sugerente de las ‘leyes de movimiento de una sociedad moderna’.” (Morishima, ch. 14).

El cambio de actitud hacia la teoría del valor trabajo es una propuesta que la mayoría de los marxistas probablemente no aceptará. Un autor simpatético como Morishima concluye su breve ensayo sobre la economía de Marx <sup>29</sup> sugiriendo a los economistas marxistas “que cambien en forma radical con respecto a esta teoría... ya que no constituye una teoría satisfactoria en lo más mínimo. [Como ha sido visto] el sistema de valores puede terminar siendo negativo, indefinido o aún contradictorio con el postulado de una tasa de explotación uniforme. Todos estos hechos nos urgen al abandono de la teoría. [...] Como provee a los trabajadores de una racionalidad ideológica que los inspira en sus luchas contra los regímenes burgueses, los marxistas estarán muy deprimidos al perder su autoridad. Además de este impacto emocional, los fundamentos de la economía marxista como su teoría macro-dinámica de dos departamentos (de consumo y de capital) se verían claramente dañados. Si no hacemos la agregación en dos departamentos, está claro que perderemos varias de las leyes descubiertas por Marx, incluyendo la teoría de la ruptura del capitalismo. Pasarían a ser meras conjeturas.” (pp. 193-194).

Algunos autores han sostenido que la teoría de Marx sobre el crecimiento económico puede ser injertada en el núcleo de una teoría muy general del crecimiento, la teoría de John von Neumann <sup>30</sup>. Ahora bien, en este campo la mayor parte del trabajo de Marx fue realizada en forma independiente de la teoría valor-trabajo.

Por consiguiente, la conclusión que obtenemos es que, más allá de discusiones históricas o teorías sociológicas de la evolución económica <sup>31</sup>, si estamos dispuestos a dejar de lado la

---

<sup>29</sup> Michio Morishima, *Marx's Economics: A Dual Theory of Value and Growth*, Cambridge (1973).

<sup>30</sup> J. Von Neumann, ‘A Model of General Economic Equilibrium’, *Review of Economic Studies*, XIII, 1945-6. Morishima, p. 194.

<sup>31</sup> Como las obtenidas por O. Lange, ‘Marxian Economics and Modern Economic Theory’, *Review of Economic Studies*, June 1935, quien sostuvo que “la economía de Marx puede mostrar la evolución económica de una sociedad capitalista dentro de una teoría consistente en la cual se deduce su necesidad, en tanto que los economistas “burgueses” no pueden pasar de una descripción histórica. Por

teoría del valor trabajo, todavía estaremos en condiciones de encontrar puntos en común entre Marx y autores modernos que han escrito sobre el crecimiento económico basándose en modelos no muy distantes de aquellos corrientes a partir del trabajo de Von Neumann. Pero claro, ésta es otra historia.

En su discusión de la inversa dinámica, Leontief <sup>32</sup> dijo: “Gran parte de lo que hemos desarrollado tiene un sabor familiar. Los *adelantos productivos* de Francois Quesnay, el proceso de reproducción ampliada de Karl Marx y la *producción indirecta* de Böhm-Bawerk contienen las nociones básicas teóricas incorporadas en la derivación de la inversa dinámica. Pero en tanto estos grandes economistas se tuvieron que conformar con una descripción verbal y un razonamiento deductivo, nosotros podemos medir y computar. Aquí yace la verdadera diferencia entre el estado pasado y el presente de la economía.” Esta conclusión también puede ser extrapolada a la teoría de los precios.

## Apéndice

Los resultados de la sección 4. han sido obtenidos por varios autores y constituyen un resultado standard. Karlin <sup>33</sup> proporciona condiciones suficientes para que la matriz  $(I-A)^{-1}$  transforme vectores de demanda final no negativos en vectores de producción no negativos, a saber que *exista un vector de producción no negativo  $x^0$  tal que  $(I-A)x^0 > 0$* . Esta condición coincide con la asumida por Morishima <sup>34</sup>: “Luego, observamos que la condición de *productividad* de las industrias de capital es necesaria y suficiente para que cualquier tipo de bien sea producible en la sociedad. Por tanto, uno de los supuestos más básicos de Marx es que la tecnología debe haber alcanzado un desarrollo suficiente para que procesos “productivos” estén disponibles para las industrias productivas de bienes de capital.”

Olivera <sup>35</sup> obtiene un “teorema fundamental de la economía del valor”: si la restricción de presupuesto opera como igualdad estricta y la producción coincide con la demanda, todo conjunto de precios proporcionales a los coeficientes totales de trabajo constituye un conjunto de precios de equilibrio para cualquier vector de demanda final. Se entiende aquí por conjunto

---

otro lado, la economía “burguesa” es capaz de captar los fenómenos económicos cotidianos de una economía capitalista de un modo muy superior a cualquier cosa que los marxistas produzcan”.

<sup>32</sup> Wassily Leontief, “The dynamic inverse”, *Contributions to Input-Output Analysis – Published in honor of Wassily Leontief* (A.P. Carter and A. Bródy, eds.), Proceedings of the Fourth International Conference on Input-Output Techniques, Geneva, January 1968, Volume I.

<sup>33</sup> Samuel Karlin, *Mathematical Methods and Theory in Games, Programming, and Mathematical Economics*, Dover Phoenix Editions, February 2003.

<sup>34</sup> Morishima la asume como cumpliéndose para la industria que produce bienes de capital (ch. 2, p. 22). Esta condición es la que ha sido denominada *de productividad* en la sección 5. A efectos de simplificar la presentación, se ha supuesto en este documento que todo el capital es de carácter variable. Esta misma condición es necesaria (pero no suficiente) para la viabilidad de una sociedad capitalista, es decir, que todos sus sectores productivos obtengan beneficios positivos.

<sup>35</sup> Julio H.G. Olivera, *La Economía Natural*, (Facultad de Ciencias Económicas, U.B.A., 1972).

de precios de equilibrio un conjunto de precios a los cuales la ganancia en cada industria es cero.”

Canavese <sup>36</sup> llega al mismo resultado utilizando instrumentos de la programación lineal. Y cita la siguiente explicación de Marx: “El obrero añade al objeto sobre el que recae el trabajo nuevo valor incorporándole una cantidad dada de trabajo cualesquiera que el contenido concreto, el fin y el carácter técnico de ese trabajo sean. De otra parte, los valores de los medios de producción absorbidos reaparecen en el producto como partes integrantes de su valor... Por tanto el valor de los medios de producción se conserva al transferirse al producto.” (Marx, vol. I).

Gale <sup>37</sup> llega a la conclusión central como un corolario: “Existe un vector de precios  $p$  único (excepto por la multiplicación por un número positivo) tal que a los precios  $p$  el beneficio de cada actividad es nulo.”

---

<sup>36</sup> Alfredo Canavese, “Un Teorema del Valor-Trabajo para el Modelo Abierto de Leontief en el Contexto de la Programación Lineal”, *Lecturas de Microeconomía por Economistas Argentinos* (J.C. de Pablo y F.V. Tow, eds., El Coloquio, 1975).

<sup>37</sup> David Gale, *The Theory of Linear Economic Models* (Mc Graw-Hill, 1960).